



TITLE:

# 乱流速度場の大スケール揺らぎにおける対数正規性 (乱流の多重性・階層性とその数理的構造)

AUTHOR(S):

毛利, 英明; 高岡, 正憲

---

CITATION:

毛利, 英明 ...[et al]. 乱流速度場の大スケール揺らぎにおける対数正規性 (乱流の多重性・階層性とその数理的構造). 数理解析研究所講究録 2010, 1673: 58-66

ISSUE DATE:

2010-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/141196>

RIGHT:

# 乱流速度場の大スケール揺らぎにおける対数正規性<sup>§</sup>

気象研究所 毛利英明 (Hideaki Mouri)  
Meteorological Research Institute

同志社大学 高岡正憲 (Masanori Takaoka)  
Doshisha University

## 1 はじめに

大スケールのエネルギー保有領域から小スケールの慣性・散逸領域まで、乱流の構造は広いスケール範囲に及んでいる。小スケール領域が精力的に研究されてきたのに対し [2], 大スケール領域の研究例は少なく、未知の現象が隠れている可能性が高い。本研究では、各スケール  $r$  における運動エネルギーや全運動エネルギーが、大スケール  $R$  ( $> r$ ) で対数正規分布に従い顕著に揺らぐことを示す。対数正規分布は Reynolds 数や大スケール流れ場の種類に関係なく存在し普遍的と考えられる。

大スケール揺らぎに関しては以前から議論されてきたが [3, 4], 詳細は未解明である。実験・観測でも数値計算でも、大スケール揺らぎを詳細に研究するには、長大なデータが必要となる。こうしたデータの取得は困難だった。しかし近年における測定技術の高度化の結果、実験から大スケール揺らぎを研究する機運が高まってきた。

風洞で得た長大な実験データから、我々は大スケール揺らぎが流れ場に関係なく常に顕著なことを明らかにした [5]。標準偏差は平均値と同程度である。特に格子乱流については、各スケール  $r$  における運動エネルギーや全運動エネルギーの揺らぎが、大スケール  $R$  で対数正規分布に従うことを明らかにした [6]。

次の課題は、乱流の大スケール揺らぎが他の流れ場においても対数正規分布に従うか解明することである。以下に我々は、異なる Reynolds 数の格子乱流・境界層乱流・噴流における大スケール揺らぎを調べ、対数正規分布に従うことを示す。標準偏差は流れ場に関係なく一定である。よって対数正規分布は何らかの普遍的な機構の反映と考えられる。この機構についても議論する。

## 2 実験の概要

格子乱流 (G1, G2), 境界層乱流 (B1, B2), 噴流 (J1, J2) について実験条件と乱流統計量を表 1 にまとめる。データ G1 は我々の以前の研究 [6] で用いたものである。

---

<sup>§</sup>This is a résumé of our preprint [1] that may eventually appear in some journal with or without the revision.

## 2.1 風洞と熱線流速計

実験には気象研究所の大型風洞を用いた。流れ方向を  $x$ 、水平方向を  $y$ 、鉛直方向を  $z$  とする。対応する流速成分は  $U + u, v, w$ 。ここで  $U$  は平均、 $u, v, w$  は変動である。座標の原点  $x = y = z = 0$  m を風洞測定部の風上端の床面中央にとる。測定部の寸法は  $\delta x = 18$  m,  $\delta y = 3$  m,  $\delta z = 2$  m。

X 型熱線流速計を用いて  $U + u$  と  $v$  を同時に測定した。熱線の直径は  $5\ \mu\text{m}$ 、有効長は  $1.25$  mm、間隔は  $1$  mm であった。

## 2.2 流れ場

格子乱流の実験では、風洞測定部の風上端に角材で作った格子を設置した。格子間隔は  $20$  cm。平均流速を  $12\ \text{m s}^{-1}$  (G1) あるいは  $20\ \text{m s}^{-1}$  (G2) に設定した。風洞中心軸上の乱流が十分に発達した  $x = 3.5$  m (G1) あるいは  $4.0$  m (G2) で測定を行った。

境界層乱流の実験では、粗度として多数の煉瓦を風洞測定部の床全面に設置した。煉瓦の間隔は  $\delta x = \delta y = 0.50$  m。風洞測定部の風上端における平均流速を  $4\ \text{m s}^{-1}$  (B1) あるいは  $16\ \text{m s}^{-1}$  (B2) に設定した。境界層が十分に発達した  $x = 12.5$  m における対数則層内の  $z = 0.35$  m (B1) あるいは  $0.25$  m (B2) で測定を行った。

噴流の実験では、 $x = -2$  m が出口となるようノズルを設置した。出口は長方形で水平方向  $\delta x$  に  $2.1$  m、鉛直方向  $\delta z$  に  $1.4$  m。出口の中心を風洞中心軸上に置いた。このノズル出口における平均流速を  $16\ \text{m s}^{-1}$  (J1) あるいは  $24\ \text{m s}^{-1}$  (J2) に設定した。測定点の座標は  $x = 15.5$  m,  $y = 0$  m,  $z = 0.40$  m。

水平方向速度  $v$  の 1 点確率分布に関する歪度  $\langle v^3 \rangle / \langle v^2 \rangle^{3/2}$  と尖度  $\langle v^4 \rangle / \langle v^2 \rangle^2$  は、全ての実験データで正規分布における値 0 と 3 に近い。測定点で乱流が十分に発達し、様々な eddy が乱雑かつ独立に分布していたからだ [7, 8]。流れ方向速度  $u$  の歪度  $\langle u^3 \rangle / \langle u^2 \rangle^{3/2}$  と尖度  $\langle u^4 \rangle / \langle u^2 \rangle^2$  は必ずしも正規分布における値とならない。これらの統計量は格子、粗度、あるいはノズルが作る最大スケール eddy の影響を受けている。

## 2.3 データ収録と処理

熱線流速計の出力は、高周波数成分を除去した後、時系列として収録した。収録周波数  $f_s$  は、パワースペクトルに高周波数の雑音が現れない範囲内で、可能な限り高く設定した。全ての測定においてデータ長は  $4 \times 10^8$  点。

時刻  $t$  での流速  $u(t)$  と  $v(t)$  を、Taylor 仮説  $x = -Ut$  を用い、座標  $x$  での流速  $u(x)$  と  $v(x)$  に変換した。時間変動  $u(t)$  と  $v(t)$  は定常だから空間変動  $u(x)$  と  $v(x)$  は一様である。但し現実の乱流は風洞内の流れ方向  $x$  に一様でない。小スケールにおける  $u(x)$  や  $v(x)$  の変動は風洞内に現実に存在した空間変動と対応するが、こうした対応は大スケールにはない。大スケールにおける  $u(x)$  や  $v(x)$  の変動は、時間スケールでの変動を長さスケールでの変動に読み替えたものに過ぎない。

表 1: 格子乱流 G1, G2, 境界層乱流 B1, B2, 噴流 J1, J2 における実験条件と乱流統計量 [1]: 平均流速  $U$ , 収録周波数  $f_s$ , 動粘性係数  $\nu$ , 平均エネルギー散逸率  $\langle \varepsilon \rangle$ , Kolmogorov 速度  $u_K$ , 速度変動の標準偏差  $\langle u^2 \rangle^{1/2}$ ,  $\langle v^2 \rangle^{1/2}$ , 歪度  $\langle u^3 \rangle / \langle u^2 \rangle^{3/2}$ ,  $\langle v^3 \rangle / \langle v^2 \rangle^{3/2}$ , 尖度  $\langle u^4 \rangle / \langle u^2 \rangle^2$ ,  $\langle v^4 \rangle / \langle v^2 \rangle^2$ , Kolmogorov 長  $\eta$ , Taylor 長  $\lambda$ , 相関長  $L_u$ ,  $L_v$ , Reynolds 数  $Re_\lambda$ .

		G1	G2	B1	B2	J1	J2
$U$	$\text{ms}^{-1}$	12.75	21.16	3.188	11.34	11.48	17.38
$f_s$	$\text{kHz}$	40	70	10	60	44	70
$\nu$	$\text{cm}^2 \text{s}^{-1}$	0.143	0.142	0.142	0.143	0.139	0.139
$\langle \varepsilon \rangle = 15\nu \langle (\partial_x v)^2 \rangle / 2$	$\text{m}^2 \text{s}^{-3}$	2.81	7.98	0.264	12.6	2.60	7.52
$u_K = (\nu \langle \varepsilon \rangle)^{1/4}$	$\text{ms}^{-1}$	0.0796	0.103	0.0440	0.116	0.0776	0.101
$\langle u^2 \rangle^{1/2}$	$\text{ms}^{-1}$	0.696	1.10	0.582	2.37	1.56	2.34
$\langle v^2 \rangle^{1/2}$	$\text{ms}^{-1}$	0.683	1.06	0.474	1.96	1.36	2.06
$\langle u^3 \rangle / \langle u^2 \rangle^{3/2}$		+0.08	+0.06	-0.21	-0.10	-0.04	-0.04
$\langle v^3 \rangle / \langle v^2 \rangle^{3/2}$		-0.01	-0.01	+0.02	-0.01	+0.01	+0.01
$\langle u^4 \rangle / \langle u^2 \rangle^2$		3.00	3.02	2.69	2.69	2.60	2.59
$\langle v^4 \rangle / \langle v^2 \rangle^2$		2.98	3.00	3.05	3.05	3.05	3.06
$\eta = (\nu^3 / \langle \varepsilon \rangle)^{1/4}$	$\text{cm}$	0.0180	0.0138	0.0323	0.0123	0.0179	0.0137
$\lambda = [2 \langle v^2 \rangle / \langle (\partial_x v)^2 \rangle]^{1/2}$	$\text{cm}$	0.597	0.548	1.35	0.806	1.21	1.08
$L_u = \int_0^\infty \langle u(x+r)u(x) \rangle dr / \langle u^2 \rangle$	$\text{cm}$	17.5	17.9	43.2	43.0	128.	124.
$L_v = \int_0^\infty \langle v(x+r)v(x) \rangle dr / \langle v^2 \rangle$	$\text{cm}$	4.46	4.69	6.89	5.68	10.2	10.2
$Re_\lambda = \langle v^2 \rangle^{1/2} \lambda / \nu$		285	409	450	1103	1183	1603

### 3 結果と議論

実験データを長さ  $R$  の区間に分割する. スケール  $r$  ( $< R$ ) における運動エネルギー  $\delta u_r^2$  と  $\delta v_r^2$  の各区間での平均は, 区間の中心座標を  $x_c$  として

$$\delta u_{r,R}^2(x_c) = \frac{1}{R-r} \int_{x_c-R/2}^{x_c+R/2-r} \delta u_r^2(x) dx, \quad \delta v_{r,R}^2(x_c) = \frac{1}{R-r} \int_{x_c-R/2}^{x_c+R/2-r} \delta v_r^2(x) dx. \quad (1)$$

ここで  $\delta u_r(x) = u(x+r) - u(x)$  と  $\delta v_r(x) = v(x+r) - v(x)$  は 2 点間速度差. また全運動エネルギー  $u^2$  と  $v^2$  の各区間での平均は

$$u_R^2(x_c) = \frac{1}{R} \int_{x_c-R/2}^{x_c+R/2} u^2(x) dx, \quad v_R^2(x_c) = \frac{1}{R} \int_{x_c-R/2}^{x_c+R/2} v^2(x) dx. \quad (2)$$

区間長  $R$  を変えて, これら粗視化した物理量の揺らぎを調べる. 結果を表 2 と図 1-3 にまとめる.

区間長  $R$  は, 代表的な大スケールである相関長  $L_u$  を用い規格化した.  $R \lesssim 10^0 L_u$  で速度相関  $\langle u(x+R)u(x) \rangle$  と  $\langle v(x+R)v(x) \rangle$  は顕著である [図 1a, 2a, 3a].  $R \simeq 10^0 L_u - 10^2 L_u$  で速度相関は顕著でないが零でもない. この領域が我々の主たる研究対象である. スケール  $r$  も相関長  $L_u$  で規格化し, 特に  $0.01 L_u$  と  $0.1 L_u$  における振舞を調べる. なお  $r/L_u \rightarrow \infty$  で  $\delta u_{r,R}^2$ ,  $\delta v_{r,R}^2$  は  $u_R^2$ ,  $v_R^2$  に対応することに注意.

表 2: 格子乱流 G1, G2, 境界層乱流 B1, B2, 噴流 J1, J2 の  $R/L_u = 10$  における  $\ln \delta u_{r,R}^2$ ,  $\ln \delta v_{r,R}^2$ ,  $\ln \delta u_R^2$ ,  $\ln \delta v_R^2$  の統計 [1].

		G1	G2	B1	B2	J1	J2
標準偏差	$\ln \delta u_{0.01L_u,R}^2$	0.15	0.14	0.18	0.15	0.11	0.11
	$\ln \delta u_{0.1L_u,R}^2$	0.16	0.16	0.18	0.18	0.14	0.14
	$\ln u_R^2$	0.31	0.32	0.36	0.35	0.25	0.26
	$\ln \delta v_{0.01L_u,R}^2$	0.15	0.14	0.17	0.14	0.12	0.12
	$\ln \delta v_{0.1L_u,R}^2$	0.16	0.16	0.18	0.17	0.15	0.15
	$\ln v_R^2$	0.22	0.23	0.26	0.25	0.20	0.20
歪度	$\ln \delta u_{0.01L_u,R}^2$	-0.00	+0.06	-0.04	+0.02	-0.03	-0.06
	$\ln \delta u_{0.1L_u,R}^2$	-0.02	+0.05	+0.00	-0.01	-0.02	-0.04
	$\ln u_R^2$	+0.19	+0.22	+0.14	+0.08	-0.02	-0.00
	$\ln \delta v_{0.01L_u,R}^2$	-0.01	+0.04	-0.12	-0.07	-0.03	-0.05
	$\ln \delta v_{0.1L_u,R}^2$	+0.00	+0.03	-0.06	-0.07	-0.02	-0.07
	$\ln v_R^2$	+0.03	+0.05	-0.03	+0.01	-0.06	-0.01
尖度	$\ln \delta u_{0.01L_u,R}^2$	2.94	3.00	3.06	3.13	3.02	3.07
	$\ln \delta u_{0.1L_u,R}^2$	2.97	3.01	3.07	3.09	3.02	2.98
	$\ln u_R^2$	3.02	3.03	3.10	2.95	3.11	2.95
	$\ln \delta v_{0.01L_u,R}^2$	2.95	3.00	3.08	3.14	3.04	2.98
	$\ln \delta v_{0.1L_u,R}^2$	2.99	3.01	3.04	3.01	2.97	3.03
	$\ln v_R^2$	3.00	3.03	3.01	2.97	2.93	2.91
$\ln v_R^2$ との相関係数	$\ln \delta u_{0.01L_u,R}^2$	+0.34	+0.35	+0.37	+0.37	+0.36	+0.36
	$\ln \delta u_{0.1L_u,R}^2$	+0.28	+0.29	+0.35	+0.32	+0.31	+0.33
	$\ln u_R^2$	+0.10	+0.12	-0.03	-0.05	-0.04	-0.03
	$\ln \delta v_{0.01L_u,R}^2$	+0.36	+0.37	+0.28	+0.30	+0.32	+0.33
	$\ln \delta v_{0.1L_u,R}^2$	+0.49	+0.49	+0.41	+0.41	+0.50	+0.49

### 3.1 顕著な大スケール揺らぎの存在

図 1b, 2b, 3b に  $\ln \delta v_{r,R}^2$  と  $\ln v_R^2$  の標準偏差を  $R/L_u$  の関数として示す. 例えば  $\ln v_R^2$  の標準偏差は以下のように定義した:

$$\langle (\ln v_R^2 - \langle \ln v_R^2 \rangle)^2 \rangle^{1/2} \quad (3)$$

区間長  $R$  が増大すると標準偏差は減少する. しかし最大の  $R$  でも標準偏差は顕著である. つまり  $\delta v_r^2$  と  $v^2$  は大スケールで顕著に揺らぐ [5, 6].  $\delta u_r^2$  と  $u^2$  についても同じ結果が得られた [表 2].

$R/L_u$  と  $r/L_u$  の値を決めると,  $\ln \delta u_{r,R}^2$ ,  $\ln \delta v_{r,R}^2$ ,  $\ln v_R^2$  の標準偏差は異なる実験データの間で一定値をとる. 従って何らかの普遍的な機構が存在すると考えられる. 例外は  $\ln u_R^2$  の標準偏差で, 最大スケール eddy の影響であろう [§2.2]. スケール  $r$  が増大すると  $\ln \delta u_{r,R}^2$  と  $\ln \delta v_{r,R}^2$  の標準偏差も増大する.

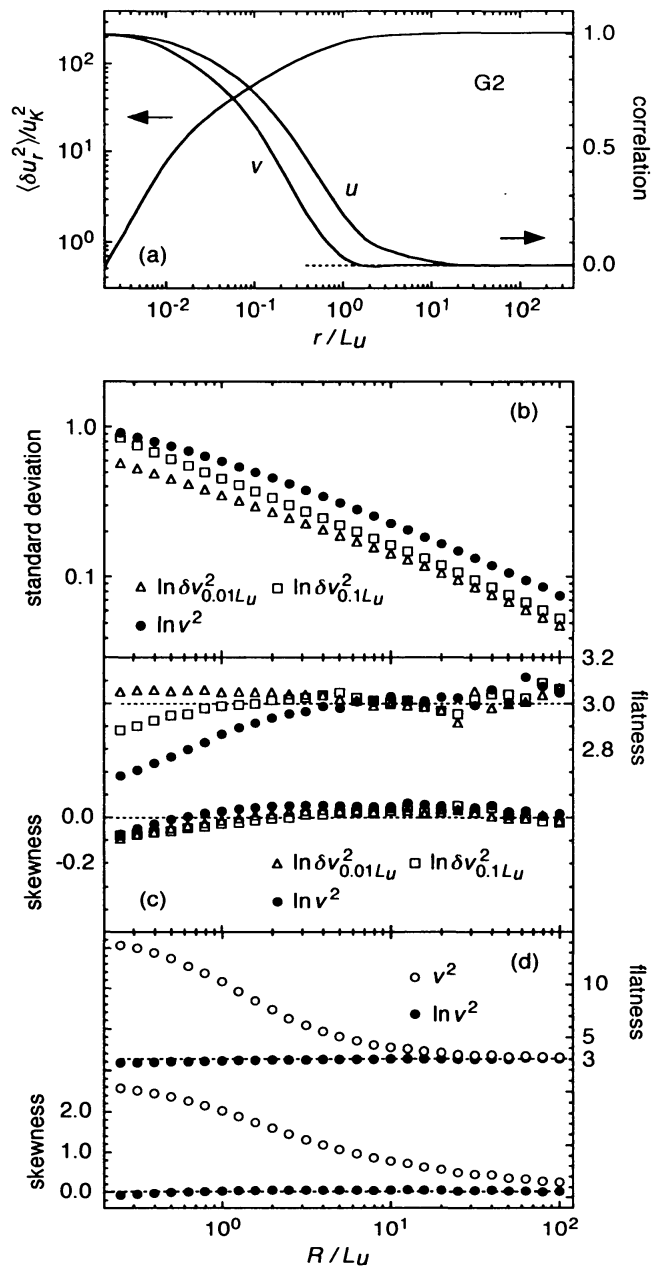


図 1: 格子乱流 G2 における統計 [1]. 横軸は  $L_u$  で規格化した  $r$  あるいは  $R$ . (a)  $\langle u(x+r)u(x) \rangle / \langle u^2 \rangle$ ,  $\langle v(x+r)v(x) \rangle / \langle v^2 \rangle$ ,  $\langle \delta u_r^2 \rangle / u_K^2$ . (b)  $\ln \delta v_{0.01L_u,R}^2$  ( $\Delta$ ),  $\ln \delta v_{0.1L_u,R}^2$  ( $\square$ ),  $\ln v_R^2$  ( $\bullet$ ) の標準偏差. (c)  $\ln \delta v_{0.01L_u,R}^2$  ( $\Delta$ ),  $\ln \delta v_{0.1L_u,R}^2$  ( $\square$ ),  $\ln v_R^2$  ( $\bullet$ ) の歪度と尖度. (d)  $v_R^2$  ( $\circ$ ) と  $\ln v_R^2$  ( $\bullet$ ) の歪度と尖度.

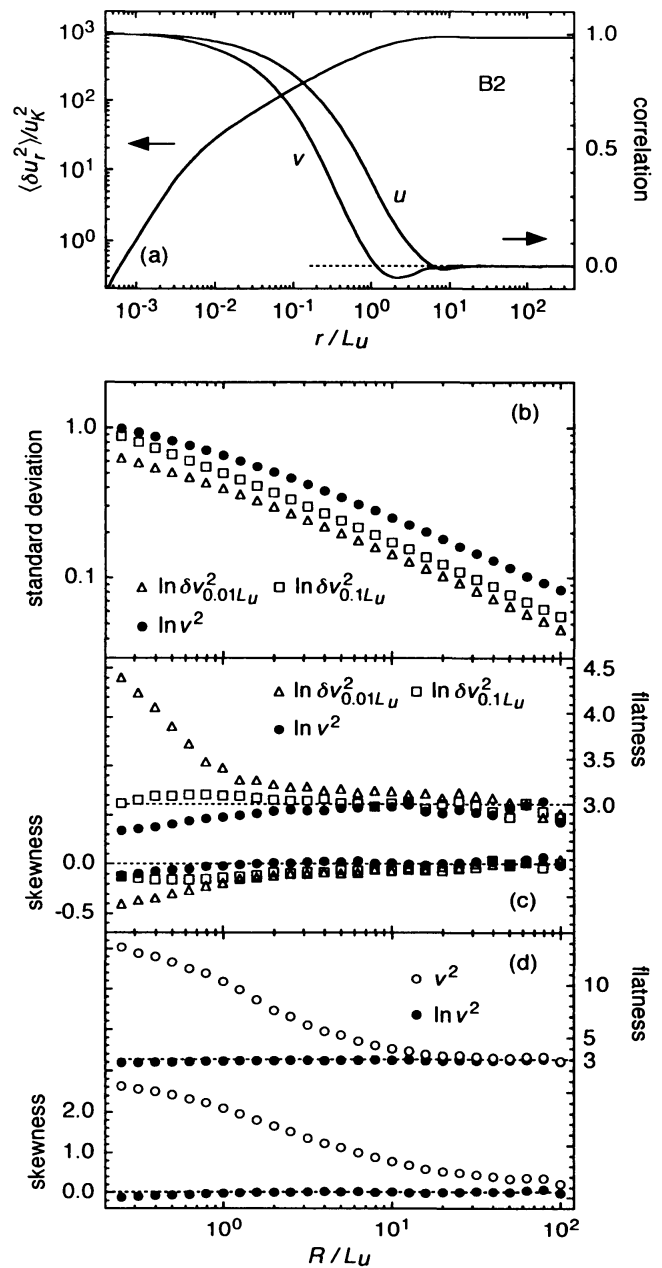


図 2: 境界層乱流 B2 における統計 [1]. 記号は図 1 と同じ.

### 3.2 大スケール揺らぎの対数正規性

図 1c, 2c, 3c に  $\ln \delta v_{r,R}^2$  と  $\ln v_R^2$  の歪度と尖度を示す. 例えば  $\ln v_R^2$  の歪度と尖度は各々以下のように定義した:

$$\frac{\langle (\ln v_R^2 - \langle \ln v_R^2 \rangle)^3 \rangle}{\langle (\ln v_R^2 - \langle \ln v_R^2 \rangle)^2 \rangle^{3/2}}, \quad \frac{\langle (\ln v_R^2 - \langle \ln v_R^2 \rangle)^4 \rangle}{\langle (\ln v_R^2 - \langle \ln v_R^2 \rangle)^2 \rangle^2}. \quad (4)$$

$R/L_u \simeq 10^0-10^2$  で歪度と尖度は正規分布における値 0 と 3 に近い値をとる. つまり  $\delta v_r^2$  と  $v^2$  の大スケール揺らぎは対数正規分布に従う. 対数正規分布は, Reynolds 数や流れ場の種類が異なる全ての実験データに存在するから, 普遍的性質と考えられる.  $\delta u_{r,R}^2$  についても我々は対数正規分布を見出した [表 2].

図 4 に  $R/L_u = 10$  における  $\ln \delta v_{r,R}^2$  と  $\ln v_R^2$  の確率密度分布を示す. すくなくとも調べた範囲において, これら対数の分布が実線の正規分布と一致することが解る.

一部の実験では  $u_R^2$  が対数正規分布から顕著に外れている [表 2]. 前述の最大スケール eddy [§2.2] の影響であろう.

本研究で見出した対数正規分布は Kolmogorov [9] が予言した対数正規分布と無関係なことに注意されたい. Kolmogorov は小スケール間欠性 [2] に関心があり,  $r$  が小さな場合について  $\delta u_r^n$  の振舞を調べた. これに対し我々は大スケール揺らぎに関心があり,  $R$  が大きな場合について  $\delta u_{r,R}^n$  の振舞を調べている. Kolmogorov の対数正規分布モデルには問題があることが知られているが [10], 本研究と無関係である. 但し後述のように [§3.4], 我々は厳密な対数正規性を主張する訳ではない.

### 3.3 大スケール揺らぎ間の相関

表 2 に  $\ln \delta u_{r,R}^2$ ,  $\ln \delta v_{r,R}^2$ ,  $\ln u_R^2$  の  $\ln v_R^2$  に対する相関係数を示す. 例えば  $\ln \delta v_{r,R}^2$  の相関係数は以下のように定義した:

$$\frac{\langle \ln \delta v_{r,R}^2 \ln v_R^2 \rangle - \langle \ln \delta v_{r,R}^2 \rangle \langle \ln v_R^2 \rangle}{\langle (\ln \delta v_{r,R}^2 - \langle \ln \delta v_{r,R}^2 \rangle)^2 \rangle^{1/2} \langle (\ln v_R^2 - \langle \ln v_R^2 \rangle)^2 \rangle^{1/2}}. \quad (5)$$

殆どの物理量について相関は顕著である. つまり大スケール揺らぎは同期する傾向にある. 詳しく見ると全ての実験データが以下の性質を持つ. 1)  $\ln u_R^2$  と  $\ln v_R^2$  との相関は存在しない. 2) スケール  $r$  の減少に伴い  $\ln \delta u_{r,R}^2$  と  $\ln v_R^2$  との相関は次第に顕著となる. 3) スケール  $r$  の減少に伴い  $\ln \delta v_{r,R}^2$  と  $\ln v_R^2$  との相関は次第に顕著でなくなる. スケール  $r$  の減少に伴い標準偏差も減少するから [§3.1], 揺らぎは大スケールの  $r$  に起源を持つと考えられる. 流れ方向成分  $u$  と水平方向成分  $v$  の揺らぎの間に相関は本来存在しないが, より小さいスケールの  $r$  に伝播する過程で相関が生じるのであろう.

### 3.4 対数正規性の起源

対数正規分布はランダム乗算過程から生じる. 例えば多数の独立な確率変数の積  $Q_N = \prod_{n=1}^N q_n$  が対数正規分布に従う. 積の対数  $\ln Q_N = \sum_{n=1}^N \ln q_n$  が多数の独立な確率変数の

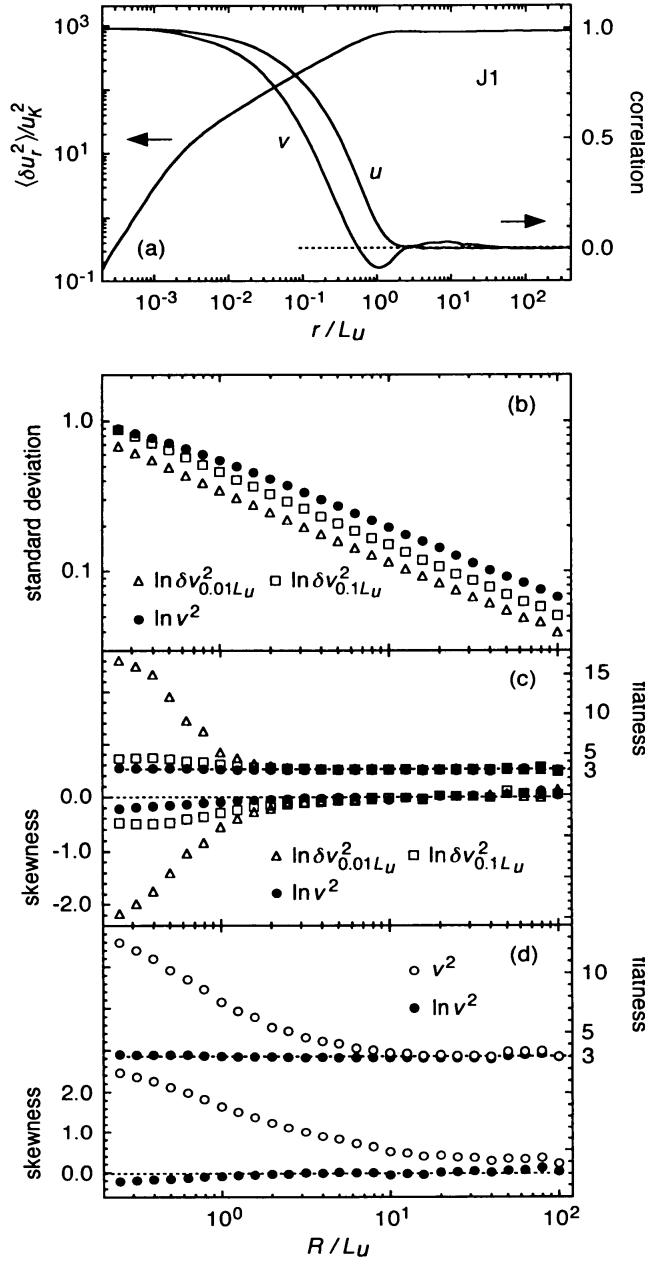


図 3: 噴流 J1 における統計 [1]. 記号は図 1 と同じ.

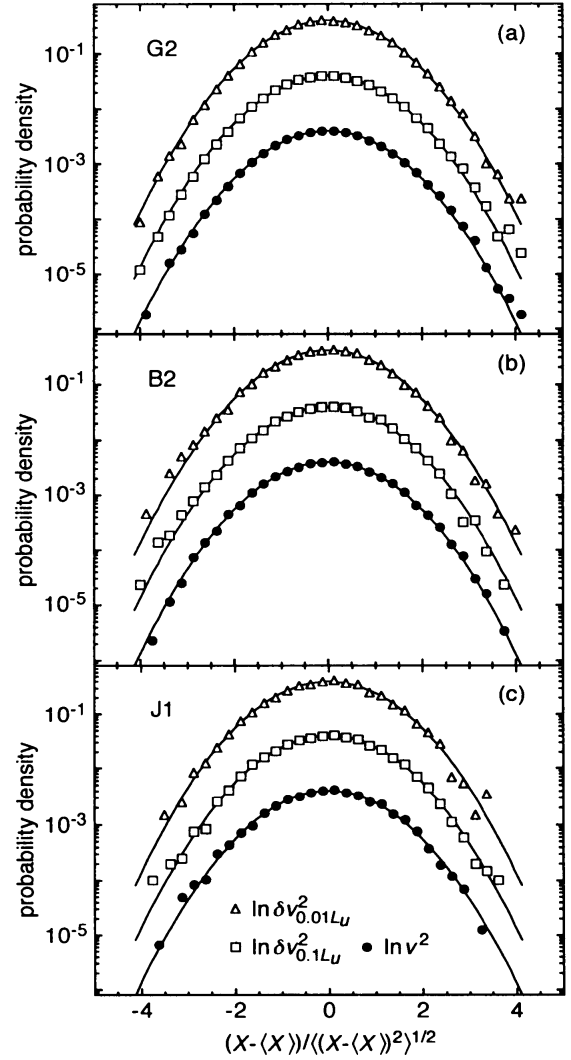


図 4:  $R/L_u = 10$  における  $X_R = \ln \delta v_{0.01L_u,R}^2$  ( $\Delta$ ),  $\ln \delta v_{0.1L_u,R}^2$  ( $\square$ ),  $\ln v_R^2$  ( $\bullet$ ) の確率密度分布 [1]. 横軸は  $(X_R - \langle X_R \rangle) / (\langle X_R - \langle X_R \rangle^2 \rangle^{1/2})$ . 実線は正規分布. (a) 格子乱流 G2. (b) 境界層乱流 B2. (c) 噴流 J1.



和となり、中心極限定理が適用できるからだ。我々が見出した対数正規分布では、ランダム乗算過程はエネルギー伝達を介したスケール間の相互作用に関連していると考えられる [6]。平均エネルギー伝達は大スケールから小スケールにだけ起こるが、局所エネルギー伝達は小スケールから大スケールにも起こり全スケール間で顕著である [5, 11]。そのため全スケールが結合し、自身および他の多数のスケールの影響を受けるのである。

異なるスケール  $r$  の揺らぎは同期する傾向にあるが [§3.3]、揺らぎがスケール間の相互作用から生じるとする上の説明と矛盾しない。

中心極限定理を適用するには、各確率変数の振幅が似通い、他を圧倒する少数の傑出した変数が存在しない必要がある。また各確率変数の間の相関は存在しても無視できる必要がある。これらの条件を、乱流スケール間の相互作用は充たさねばならない。

対数正規分布は大スケールの  $R$  から小スケールの  $r$  にまで存在するから、乱流スケール間の相互作用は広範囲に及ぶと考える必要がある。揺らぎの標準偏差 [§3.1] や相関 [§3.3] の振舞から判断して、大スケールは特に重要である。

中心極限定理は裾の大偏差領域における振舞を決めない。裾が対数正規分布から外れ、Reynolds 数や流れ場から決まる振舞を示す可能性がある。こうした振舞が顕著かは状況に依る。実験データの一部で見出された  $u_R^2$  の対数正規分布からの外れは極端な例であろう [§3.2]。しかし対数正規分布はすくなくとも理想化された模型として重要である。対数に中心極限定理が適用できさえすれば対数正規分布となるからだ。しかも対数正規分布は、実際に観測された大スケール揺らぎの確率密度分布を良く再現している [図 4]。

### 3.5 対数正規性が存在する範囲

対数正規分布が存在するスケールは  $R/L_u \simeq 10^0-10^2$  だが、この範囲で速度相関  $\langle u(x+R)u(x) \rangle$  と  $\langle v(x+R)v(x) \rangle$  は顕著でないが零でもない [図 1a, 2a, 3a]。速度相関の形は流れ場毎に異なるが、対数正規分布への影響は見出されない。このスケール範囲の外側では、速度相関は顕著か零かの何れかで、対数正規分布は存在しない。

$R/L_u \lesssim 10^0$  では、 $\ln \delta v_{r,R}^2$  と  $\ln v_R^2$  の歪度と尖度は正規分布の値から外れる [図 1c, 2c, 3c]。揺らぎは対数正規分布を持たず、もはや独立過程の積と看做せない。速度相関  $\langle u(x+R)u(x) \rangle$  と  $\langle v(x+R)v(x) \rangle$  が非常に顕著だからだ。対数正規分布からの外れ方は実験データ毎に異なる。スケール  $R$  が小さい場合における乱流の振舞は詳細な研究が既に存在し [2]、ここでは詳しく議論しない。

$R/L_u \gtrsim 10^2$  では、速度相関  $\langle u(x+R)u(x) \rangle$  と  $\langle v(x+R)v(x) \rangle$  は実質的に零である。すると長さ  $R$  の区間は互いに独立な部分区間に分割できる。部分区間の長さ  $R_*$  は  $L_u \ll R_* \ll R$  の範囲にある。こうした部分区間の和を用い  $\delta u_{r,R}^2$ ,  $\delta v_{r,R}^2$ ,  $u_R^2$ ,  $v_R^2$  を例えば以下のように書くことができる：

$$v_R^2(x_c) = \frac{R_*}{R} \sum_{n=1}^{R/R_*} v_{R_*}^2(x_{c_n}). \quad (6)$$

ここで  $x_{c_n}$  は  $n$  番目の部分区間の中心座標。部分区間の和は中心極限定理が適用できて正規分布となる [5, 12]。図 1d, 2d, 3d に  $v_R^2$  の歪度と尖度を示すが、 $R/L_u$  の増大に伴い正規

分布での値に近づいていく。言い換えれば、 $R/L_u$  が十分に大きい場合、 $Rv_R^2$  などの物理量は相加的である。相加的な物理量の或る領域における値は、互いに独立な部分区間における値の和となる。こうした相加的な物理量は熱力学・統計力学で良く知られている [13]。

## 4 まとめ

格子乱流・境界層乱流・噴流に関し、我々は長大な実験データを取得した。実験データを長さ  $R$  の区間に分割し、個々の区間で各スケール  $r$  における運動エネルギーの平均  $\delta u_{r,R}^2$ ,  $\delta v_{r,R}^2$  と全運動エネルギーの平均  $u_R^2$ ,  $v_R^2$  を計算した。これらは顕著に揺らぐ。特に速度相関が顕著でないが零でもない範囲に区間長  $R$  がある場合、揺らぎは対数正規分布に従う。対数正規分布は Reynolds 数や流れ場の種類に関係なく存在するから普遍的性質と考えられる。その起源はエネルギー伝達を介した多数のスケール間の相互作用に伴うランダム乗算過程であろう。

大スケール揺らぎの対数正規性は乱流以外の非線形大自由度系にも期待できる。揺らぎを引き起こす過程の詳細に関係なく、対数に中心極限定理が適用できさえすれば対数正規分布が実現するからだ。しかし我々の知る限り報告例は無い。様々な系の揺らぎに関し対数正規性の有無を調べるのが重要である。

## 参考文献

- [1] H. Mouri, A. Hori, and M. Takaoka, preprint [<http://arxiv.org/abs/0810.2166>].
- [2] K. R. Sreenivasan and R. A. Antonia, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **29**, 435 (1997).
- [3] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Fluid Mechanics* (Pergamon, 1959), Chap. 3. 和訳は 流体力学 (東京図書, 1970), 第 1 巻 第 3 章.
- [4] A. M. Obukhov, *J. Fluid Mech.* **13**, 77 (1962).
- [5] H. Mouri, M. Takaoka, A. Hori, and Y. Kawashima, *Phys. Fluids* **18**, 015103 (2006).
- [6] H. Mouri, A. Hori, and M. Takaoka, *Phys. Fluids* **20**, 035108 (2008).
- [7] H. Mouri, M. Takaoka, A. Hori, and Y. Kawashima, *Phys. Rev. E* **65**, 056304 (2002).
- [8] H. Mouri, M. Takaoka, A. Hori, and Y. Kawashima, *Phys. Rev. E* **68**, 036311 (2003).
- [9] A. N. Kolmogorov, *J. Fluid Mech.* **13**, 82 (1962).
- [10] E. A. Novikov, *J. Appl. Math. Mech.* **35**, 231 (1971).
- [11] J. A. Domaradzki and R. S. Rogallo, *Phys. Fluids A* **2**, 413 (1990).
- [12] K. Kajita and T. Gotoh, in *Statistical Theories and Computational Approaches to Turbulence*, edited by Y. Kaneda and T. Gotoh (Springer, 2003), p. 260.
- [13] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Statistical Physics*, 3rd ed. (Pergamon, Oxford, 1980), Pt. 1, Chap. 12; 和訳は 統計物理学 第 3 版 (岩波書店, 1980) 下巻 第 12 章.